

(c) Check whether these equations are compatible or not

$$p = ax + hy + g \text{ and } q = hx + by + f. \quad 2$$

जाँच कीजिए कि यह समीकरण संगत हैं अथवा नहीं

$$p = ax + hy + g \text{ तथा } q = hx + by + f. \quad 2$$

(d) Solve:

$$\sqrt{p} + \sqrt{q} = 2x \text{ by Charpit's method} \quad 2$$

चारपिट की विधि द्वारा  $\sqrt{p} + \sqrt{q} = 2x$  को हल कीजिए।

(e) Find the singular solution of equation

$$(p+q)(z - px - qy) = 1 \quad 2$$

समीकरण

$$(p+q)(z - px - qy) = 1 \quad 2$$

एक एकल हल ज्ञात कीजिए।

(f) Find the particular Integral of

$$[D^2 - 2DD' + D'^2]z = \tan(y+x) \quad 2$$

$$[D^2 - 2DD' + D'^2]z = \tan(y+x) \quad 2$$

के विशिष्ट समाकल को हल कीजिए।

B. Sc. 3rd Semester (Hons) (Old Scheme)  
Examination, December-2015

MATHEMATICS

Paper-BHM-232

(Partial Differential Equations)

Time allowed : 3 hours [Maximum marks : 60]

Note: Attempt five questions in all, selecting one question from each unit. Unit-V Question No. 9 is compulsory.

नोट : प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। इकाई-V प्रश्न संख्या 9 अनिवार्य है।

Unit-I

इकाई-I

1. (a) Find the partial differential equation by eliminating arbitrary function from

$$z = f\left(\frac{xy}{z}\right) \quad 6$$

$z = f\left(\frac{xy}{z}\right)$  से स्वेच्छाचारी फलन के विलोपन द्वारा आंशिक

अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

(b) Solve:

$$(x^2 + y^2 + yz)p + (x^2 + y^2 - zx)q = z(x+y) \quad 6$$

हल कीजिए :

$$(x^2 + y^2 + yz)p + (x^2 + y^2 - zx)q = z(x+y) \quad 6$$

60245-P-8-Q-9 (15).

60245

[P.T.O.]

2. (a) If  $\mu_1 = \frac{\partial \mu}{\partial x}$ ,  $\mu_2 = \frac{\partial \mu}{\partial y}$ ,  $\mu_3 = \frac{\partial \mu}{\partial z}$

show that the equations

$$f(x, y, z, \mu_1, \mu_2, \mu_3) = 0$$

$$g(x, y, z, \mu_1, \mu_2, \mu_3) = 0$$

compatible if

$$\frac{\partial(f, g)}{\partial(x, \mu_1)} + \frac{\partial(f, g)}{\partial(y, \mu_2)} + \frac{\partial(f, g)}{\partial(z, \mu_3)} = 0$$

यदि  $\mu_1 = \frac{\partial \mu}{\partial x}$ ,  $\mu_2 = \frac{\partial \mu}{\partial y}$ ,  $\mu_3 = \frac{\partial \mu}{\partial z}$

दिखाइए कि समीकरण

$$f(x, y, z, \mu_1, \mu_2, \mu_3) = 0$$

$$g(x, y, z, \mu_1, \mu_2, \mu_3) = 0$$

संगत है

$$\frac{\partial(f, g)}{\partial(x, \mu_1)} + \frac{\partial(f, g)}{\partial(y, \mu_2)} + \frac{\partial(f, g)}{\partial(z, \mu_3)} = 0$$

(b) Find the complete Integral of

$$P_1 x_1 + P_2 x_2 = P_3$$

by Jacobi's method.

$$\text{जैकोबी की विधि द्वारा } P_1 x_1 + P_2 x_2 = P_3$$

के सम्पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए।

Unit-II

इकाई-II

3. (a) Solve:  
 $2r - s - 3t = 5 \frac{e^x}{e^y} + 12xy.$

हल कीजिए :

$$2r - s - 3t = 5 \frac{e^x}{e^y} + 12xy. \quad 6$$

(b) Solve:

$$[D^2 - 2DD' + D'^2 - 3D + 3D' + 2]z = \sin(2x + 3y) + e^{xy}. \quad 6$$

हल कीजिए :

$$[D^2 - 2DD' + D'^2 - 3D + 3D' + 2]z = \sin(2x + 3y) + e^{xy}. \quad 6$$

4. (a) If  $x^2r - 3xys + 2y^2t + px + 2qy = x + 2y.$

Solve it.

$$\text{यदि } x^2r - 3xys + 2y^2t + px + 2qy = x + 2y$$

इसे हल कीजिए।

(b) Solve:

$$yt - q = xy \quad 6$$

हल कीजिए :

$$yt - q = xy \quad 6$$

## Unit-III

## इकाई-III

5. Classify, Reduce equations to canonical forms and then solve them.

(a)  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  6

(b)  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = y$  6

समीकरण को नियमाधीन रूप में वर्गीकृत, समानयित कीजिए तथा तब उन्हें हल कीजिए :

(a)  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$  6

(b)  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = y$  6

6. (a) Classify, Reduce the equation to canonical form and then solve the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$
 6

समीकरण को नियमाधीन रूप में करने लिए वर्गीकृत, समानयित कीजिए और तब समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$
 6

(b) Solve:

$r + (a + b)s + abt = xy$  by using

Monge's method.

हल कीजिए :

$r + (a + b)s + abt = xy$

मोंगे की विधि का उपयोग करते हुए।

## Unit-IV

## इकाई-IV

7. (a) Solve the Cauchy problem for the equation 6

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0$  subject to conditions

$z(x, 0) = f(x)$  and

$\left[ \frac{\partial z}{\partial t} \right]_{t=0} = g(x)$

समीकरण

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0$$

के लिए काउची समस्या को हल कीजिए। बशर्ते कि

$z(x, 0) = f(x)$  तथा

$\left[ \frac{\partial z}{\partial t} \right]_{t=0} = g(x)$

60245

(6)

(b) Solve:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

subject to conditions

$$z(0, t) = z(a, t) = 0; t > 0$$

$$\left[ \frac{\partial z}{\partial t} \right]_{t=0} = 0; 0 < x < a \text{ and}$$

$$z(x, 0) = k(ax - x^2); 0 < x < a$$

k being a suitable constant.

हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

बशर्ते कि

$$z(0, t) = z(a, t) = 0; t > 0$$

$$\left[ \frac{\partial z}{\partial t} \right]_{t=0} = 0; 0 < x < a \text{ तथा}$$

$$z(x, 0) = k(ax - x^2); 0 < x < a$$

k एक उपयुक्त स्थिरांक है।

8. (a) Solve:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

subject to conditions

$$z(0, t) = z(\ell, t) = 0 \text{ and}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(x, t) = 0; 0 \leq x \leq \ell$$

60245

60245

(7)

हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial z}{\partial t}$$

बशर्ते कि

$$z(0, t) = z(\ell, t) = 0 \text{ तथा}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(x, t) = 0; 0 \leq x \leq \ell$$

(b) Discuss the solution of two-dimensional

Laplace equation by method of separation of

variables.

चरों के पृथक्करण की विधि द्वारा दो आयामी लालास समीकरण के

हल की विवेचना कीजिए।

Unit-V

इकाई-V

9. (a) Form partial differential equation by eliminating a and b from  $z = ax + by + a^2 + b^2$ .

$z = ax + by + a^2 + b^2$  से a तथा b के विलोपन द्वारा आंशिक अवकल समीकरण बनाइए।

(b) Define different types of solution of partial differential equations.

आंशिक अवकल समीकरणों के हल के विभिन्न प्रकारों को परिभाषित कीजिए।

60245

[P.T.O.]