

92206

B.Sc. 4th Semester (New Scheme) Examination,  
May-2016

MATHEMATICS

Paper-BM-241, P-1

Sequence and Series

*Time allowed : 3 hours ] [ Maximum marks : 40*

*Note : Attempt five questions in all, selecting one question from each section. Section-V is compulsory.*

*नोट : प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न का चयन करते हुये, कुल पाँच प्रश्न कीजिये। खण्ड-V अनिवार्य है।*

Section-I

खण्ड-I

1. (a) The intersection of arbitrary family of closed sets is closed.  
(b) Show that  $(A \cup B)' = A' \cap B'$  where  $A \subseteq R, B \subseteq R$ .  
(क) बंद सेट के स्वेच्छाचारी कुल का प्रतिच्छेद बंद होता है।  
(ख) दर्शाइये कि  $(A \cup B)' = A' \cap B'$  जहाँ  $A \subseteq R, B \subseteq R$ .
2. (a) State and prove Bolzano-Weierstrass theorem.  
(b) The closure of set  $A \subseteq R$  is the smallest closed super set of  $A$ .

92206-P-7-Q-9 (16)

P.T.O.

(2)

92206

- (क) बोलजानो-वियरस्ट्रॉस प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।  
 (ख) सेट  $A \subseteq \mathbb{R}$  का समापन  $A$  का सबसे छोटा समापन सुपरसेट है।

## Section-II

## खण्ड-II

3. (a) State and prove Cauchy Second theorem on limits.  
 (b) Show that the sequence  $\langle a_n \rangle$  where  $a_n = x^n$  converges to 0 if  $|x| < 1$   
 (क) सीमाओं पर कोशी की द्वितीय प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।  
 (ख) दर्शाइये कि क्रम  $\langle a_n \rangle$  जहाँ  $a_n = x^n$  है 0 में अभिसरित हो जाता है यदि  $|x| < 1$

4. (a) Show that  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \frac{1}{1^p} + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \dots + \frac{1}{n^p} + \dots \infty$

(i) converges if  $p > 1$ (ii) diverges if  $p \leq 1$ .

(b) Test the convergence of the series

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots$$

92206

(3)

92206

(क) दर्शाइये कि  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \frac{1}{1^p} + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \dots + \frac{1}{n^p} + \dots \infty$

(i) अभिसरित होता है यदि  $p > 1$ (ii) अपसरित होता है यदि  $p \leq 1$ .

(ख) श्रेणी  $\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots$  की अभिसारिता का परीक्षण कीजिये।

## Section-III

## खण्ड-III

5. (a) State and prove Raabe's test.

(b) Test the convergence

$$1 + \frac{3}{7}x + \frac{3.6}{7.10}x^2 + \frac{3.6.9}{7.10.13}x^3 + \frac{3.6.9.12}{7.10.13.16}x^4 + \dots$$

(क) राबे के परीक्षण को लिखिये तथा सिद्ध कीजिये।

(ख) अभिसारिता का परीक्षण कीजिये -

$$1 + \frac{3}{7}x + \frac{3.6}{7.10}x^2 + \frac{3.6.9}{7.10.13}x^3 + \frac{3.6.9.12}{7.10.13.16}x^4 + \dots$$

92206

[PT-0.

6. (a) Discuss the convergence of the series

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 x^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^3 x^3 + \dots$$

- (b) Using Integral test, test the behaviour of the series

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n (\log n)^p}, \quad p > 0$$

(क) श्रेणी  $\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 x^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^3 x^3 + \dots$

के अभिसरण की विवेचना कीजिये।

- (ख) समाकल परीक्षण का प्रयोग करके श्रेणी

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n (\log n)^p}, \quad p > 0$$

के व्यवहार का परीक्षण कीजिये।

#### Section-IV

#### खण्ड-IV

7. (a) State and prove Abel's test.

- (b) Show that  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)$  is convergent.

- (क) आबेल परीक्षण लिखिये तथा सिद्ध कीजिये।

- (ख) दर्शाइये कि  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)$  अभिसारी है।

8. (a) Discuss the convergence of the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \cos n\theta.$$

- (b) Show that Cauchy product of the convergent series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$$
 with itself is divergent.

- (क) श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \cos n\theta$  के अभिसरण की विवेचना कीजिये।

- (ख) दर्शाइये कि अभिसारी श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$  का कोशी फलन स्वयं अपसारी है।

(6)

92206

Section-V

खण्ड-V

9. (a) Define interior point of a set  
 (b) State Ratio test for a series.  
 (c) Discuss the convergence of

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$$

- (d) State Leibnitz test for convergence of alternating series.  
 (e) State Mertin theorem for arbitrary series.  
 (f) Show that  $\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$  diverges to zero.

- (क) एक सेट के अन्तस्थ बिन्दु की परिभाषा दीजिये।  
 (ख) एक श्रेणी के अनुपात परीक्षण का कथन कीजिये।

- (ग)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$  के अभिसरण की विवेचना कीजिये।

92206

(7)

92206

- (घ) प्रत्यावर्ती श्रेणी के अभिसरण के लिये लीबनिज़ परीक्षण का कथन कीजिये।  
 (ङ) स्वेच्छाचारी श्रेणी के लिये मार्टिन प्रमेय का कथन कीजिये।  
 (च) दर्शाइये कि  $\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$  शून्य के प्रति अपसारित है।

92206