Roll No. ....

91578

B. Sc. 2nd Sem. Mathematics (New)

Examination – May, 2016

NUMBER THEORY AND TRIGONOMETRY MATH - I

Paper : BM-121

Time : Three Hours] *[Maximum Marks : 40*

Before answering the question, candidates should ensure that they have been supplied the correct and complete question paper. No complaint in this regard, will be entertained after examination.

प्रश्नों के उत्तर देने से पहले परीक्षार्थी यह सुनिश्चित कर लें कि उनको पूर्ण एवं सही प्रश्न-पत्र मिला है। परीक्षा के उपरान्त इस संबंध में कोई भी शिकायत नहीं सुनी जायेगी।

Note : Attempt *one* question from each Section but Question Number 9 is *compulsory*.

प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न कीजिए लेकिन प्रश्न संख्या 9 अनिवार्य है।

SECTION – I

खण्ड – I

1. (a) Prove that there are many pairs of integers x, y satisfying $x+y=100$ and $(x, y)=5$. 4

StudentSuvidha.com
Download Study Material from StudentSuvidha.com

सिद्ध कीजिए $x+y=100$ और $(x,y)=5$ को संतुष्ट करने वाले x, y पूर्णांकों के कई युग्म होते हैं।

(b) Find the remainder when 2^{340} is divided by 341. 3

2^{340} को 341 से भाग देने पर शेषफल ज्ञात कीजिए।

2. (a) Find the least +ve incongruent solutions of $3x \equiv 1 \bmod 125$. 4

$3x \equiv 1 \bmod 125$ का न्यूनतम धनात्मक इनकांग्रुएन्ट हल ज्ञात कीजिए।

(b) Find an integer having the remainder 3, 11, 15 when divided by 10, 13, 17 respectively. 3

वह पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिसे 10, 13, 17 से भाग देने पर क्रमशः 3, 11, 15 शेष बचते हैं।

SECTION – II

खण्ड – II

3. (a) Let a be any integer and p be a positive integer. If $(a,p)=1$, then $a^{\phi(p)} \equiv 1 \pmod{p}$. 4

माना a कोई पूर्णांक और p कोई धन पूर्णांक है। यदि $(a,p)=1$, तो $a^{\phi(p)} \equiv 1 \pmod{p}$ ।

(b) Find the highest power of 12 that divides $\lfloor 500$. 3

12 की उच्चतम घात ज्ञात कीजिए जो $\lfloor 500$ को विभाजित करे।

4. (a) Show that $x^2 \equiv -a^2 \pmod{p}$ has a solution if and only if $p \equiv 1 \pmod{4}$. 4

दिखाइए कि $x^2 \equiv -a^2 \pmod{p}$ का एक हल है यदि और केवल यदि $p \equiv 1 \pmod{4}$ ।

(b) Verify Möbius inversion formula for $n = 24$. 3

$n = 24$ के लिए मोबिअस व्युत्क्रम सूत्र ज्ञात कीजिए।

SECTION – III

खण्ड – III

5. (a) If $\cos\alpha + 2\cos\beta + 3\cos\gamma = 0$ and $\sin\alpha + 2\sin\beta + 3\sin\gamma = 0$, prove that $\cos 3\alpha + 8\cos 3\beta + 27\cos 3\gamma = 18\cos(\alpha+\beta+\gamma)$. 4

यदि $\cos\alpha + 2\cos\beta + 3\cos\gamma = 0$ और $\sin\alpha + 2\sin\beta + 3\sin\gamma = 0$, सिद्ध कीजिए $\cos 3\alpha + 8\cos 3\beta + 27\cos 3\gamma = 18\cos(\alpha+\beta+\gamma)$ ।

(b) If x_1, x_2, x_3, x_4 are the roots of the equation

$x^4 - x^3\sin 2\alpha + x^2\cos 2\alpha - x\cos\alpha - \sin\alpha = 0$;

StudentSuvidha.com

Download Study Material from StudentSuvidha.com

show that $\tan^{-1} x_1 + \tan^{-1} x_2 + \tan^{-1} x_3 + \tan^{-1} x_4$

$= n\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha$. 3

यदि x_1, x_2, x_3, x_4 समीकरण $x^4 - x^3 \sin 2\alpha + x^2 \cos 2\alpha - x \cos\alpha - \sin\alpha = 0$ के मूल हैं, दिखाइए कि $\tan^{-1} x_1 + \tan^{-1} x_2 + \tan^{-1} x_3 + \tan^{-1} x_4$

$= n\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha$ ।

6. (a) If $\cos(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$, show that $\cos 2\theta + \cosh 2\phi = 2$. 4

यदि $\cos(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$, दिखाइए कि $\cos 2\theta + \cosh 2\phi = 2$ ।

(b) If $\cosh x = \sec\theta$, prove that $\tanh^2 \frac{x}{2} = \tan^2 \frac{\theta}{2}$. 3

यदि $\cosh x = \sec\theta$, सिद्ध कीजिए :

$$\tanh^2 \frac{x}{2} = \tan^2 \frac{\theta}{2}$$

SECTION - IV

खण्ड - IV

7. (a) Show that $\log\left[\frac{\cos(x+iy)}{\cos(x-iy)}\right]$ is purely imaginary. 4

दिखाइए कि $\log\left[\frac{\cos(x+iy)}{\cos(x-iy)}\right]$ शुद्ध रूप से काल्पनिक है।

(b) If $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$, prove that $x + y + z = xyz$. 3

यदि $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$, सिद्ध कीजिए $x + y + z = xyz$.

8. (a) Show that $\cos^{-1}(i) = \frac{\pi}{2} + i\log\left(\sqrt{2} - 1\right)$. 4

दिखाइए कि $\cos^{-1}(i) = \frac{\pi}{2} + i\log\left(\sqrt{2} - 1\right)$

(b) Find the sum : 3

$$\tan^{-1}\frac{1}{1+1+1^2} + \tan^{-1}\frac{1}{1+2+2^2} + \tan^{-1}\frac{1}{1+3+3^2}$$

+ ......up to n terms.

Download Study Material from StudentSuvidha.com

योगफल ज्ञात कीजिए :

$$\tan^{-1}\frac{1}{1+1+1^2}+\tan^{-1}\frac{1}{1+2+2^2}+\tan^{-1}\frac{1}{1+3+3^2}$$

+...... n पदों तक।

SECTION – V

खण्ड – V

9. (a) Show that $(2^{4n}-1)$ is divisible by 15. 2

दिखाइए कि $(2^{4n}-1)$, 15 से विभाज्य है।

(b) If $a \equiv b$ (mod m), then prove that $ac \equiv bd$ (mod m), where $c \equiv d$ (mod m). 2

यदि $a \equiv b$ (mod m), तो सिद्ध कीजिए :

$ac \equiv bd$ (mod m), जहाँ $c \equiv d$ (mod m)

(c) If $(a, p) = 1, (b, p) = 1$, then show that $a^{p-1} - b^{p-1} = M(p)$, where p is prime. 2

यदि $(a, p) = 1, (b, p) = 1$, तो दिखाइए कि $a^{p-1} - b^{p-1} = M(p)$, जहाँ p प्राइम है।

(d) Split $e^{(5+3i)^2}$ into real and imaginary parts. 2

$e^{(5+3i)^2}$ को वास्तविक और काल्पनिक भागों में अलग कीजिए।

(e) Find the general value of $\log(-5)$. 2

$\log(-5)$ का सामान्य मान ज्ञात कीजिए।

(f) Solve for x : 2

$$\tan^{-1}2x+\tan^{-1}3x=\frac{\pi}{4}$$

x के लिए हल कीजिए :

$$\tan^{-1}2x+\tan^{-1}3x=\frac{\pi}{4}$$

Download Study Material from StudentSuvidha.com