Download Study Material from StudentSuvidha.com

(Compulsory Question)

9. (a) Find the amplitude of a S.H.M of period 12 sec. which travels 15 cm in 2 seconds.

(b) A particle describes an equiangular spiral $r = ae^{20}$ with constant angular velocity. Find its radial acceleration.

(c) Write differential equation of central orbit in polar form.

(d) Define Work. What are its units in F.P.S; C.G.S and M.K.S. systems ?

(e) What is horizontal range of a projectile ?

(f) Define Apse and Apsidal distances.

(अनिवार्य प्रश्न)

(क) 12 सेकण्ड काल के सरल आवर्त गति का आयाम ज्ञात कीजिए, जो 2 सेकण्ड में 12 सेमी की यात्रा करती है।

(ख) एक कण एक समानकोणीय सर्पिल $r = ae^{20}$ को स्थिर कोणीय वेग के साथ वर्णित करता है। इसका अरीय त्वरण ज्ञात कीजिए।

(ग) ध्रुवीय रूप में केन्द्रीय कक्षा का अवकल समीकरण लिखिए।

(घ) कार्य को परिभाषित कीजिए। F.P.S; C.G.S तथा M.K.S. प्रणालियों में इसकी इकाइयां क्या है ?

(ङ) एक प्रक्षिप्त का क्षैतिज परास क्या हैं ?

(च) स्तब्धिका तथा स्तब्धिकीय दूरियों को परिभाषित कीजिए।

B.Sc. 5th Semester Pass (New Scheme) Examination, December–2015

MATHEMATICS

Paper–12 BSM–363

Dynamics

This subject introduced wef 2014-15 in place of Numerical Analysis

Time allowed : 3 hours] *[Maximum marks : 40*

*Note : Attempt **five** questions in all, selecting **one** question from each unit. **Q.No. 9 is compulsory.***

*नोट : प्रत्येक खण्ड से **एक** प्रश्न चुनते हुए कुल **पाँच** प्रश्न कीजिए। **प्रश्न सं. 9 अनिवार्य है।***

Section–I

खण्ड–I

1. (a) Find the tangential and normal components of velocity of a particle moving along a plane curve.

(b) A road and a railway line cross at right angles. If at a certain instant a car is approaching the crossing at 30 km/hr and a train 40 km/hr. find the magnitude and the direction of the velocity of the train relative to the car at the said instant.

(क) किसी समतल वक्र के साथ-साथ गति कर रहे एक कण के वेग के स्पर्शरेखीय तथा प्रसामान्य घटकों को ज्ञात कीजिए।

(ख) एक रास्ता तथा रेलवे लाइन समकोण पर क्रॉस करते हैं। यदि एक निश्चित क्षण पर एक कार 30 किमी/घं० पर क्रासिंग पर पहुँच रही है और एक ट्रेन 40 किमी/घं० पर क्रासिंग पर पहुँच रही है। कथित क्षण पर कार के सापेक्ष ट्रेन के वेग का परिमाण तथा दिशा ज्ञात कीजिए।

Download Study Material from StudentSuvidha.com

2. (a) A point executes a S.H.M such that in two of its positions the velocity are u,v and the corresponding accelerations are α, β. Show that the period of motion is $2\pi \sqrt{\frac{u^2 - v^2}{\beta^2 - \alpha^2}}$

(b) One end of an elastic string with modulus λ and natural length λ is fixed to a point on a smooth horizontal table and the other end is tied to a particle of mass m on the table. The particle is pulled to a distance such that the string becomes equal to twice its atural length and released. Show that the time of one complete oscillation is $2(\pi + 2)\sqrt{\frac{m\ell}{\lambda}}$

(क) एक बिन्दु सरल आवर्त गति करता है इस प्रकार से कि इसकी दो स्थितियों में वेग u, v हैं तथा संगत त्वरण α, β हैं। दिखाइए कि गति का काल $2\pi \sqrt{\frac{u^2 - v^2}{\beta^2 - \alpha^2}}$ है।

(ख) मापांक λ तथा प्राकृतिक लम्बाई λ सहित एक लोचशील डोरी का एक सिरा एक चिकनी क्षैतिज मेज पर एक बिन्दु से जुड़ा है तथा दूसरा सिरा मेज पर m संहति के एक कण से बंधा हुआ है। कण को एक दूरी तक इस प्रकार से खींचा जाता है कि डोरी अपनी प्राकृतिक लम्बाई की दो गुनी के बराबर हो जाती है तथा तब इसे छोड़ दिया जाता है। दिखाइए कि एक सम्पूर्ण दोलन का समय $2(\pi + 2)\sqrt{\frac{m\ell}{\lambda}}$ है।

Section–II

खण्ड–II

3. (a) A car which has a total mass (included passengers) of 700 kg increases velocity from 14 km/hr to 50 km/hr in 35 sec. Calculate the constant force which has been applied.

(b) Two masses of 14kg and 7kg respectively are connected by a light inextensible string passing over a smooth pulley and the system starts from rest and moves for 3 seconds, when the string breaks. Find after what further intervals of time smaller mass comes to the original position.

(क) एक कार की कुल संहति (यात्रियों सहित) 700 केजी है, वेग को 14 किमी/घं से 50 किमी/घं तक 35 से. में बढ़ाती है। लग रहे स्थिर बल की गणना कीजिए।

(ख) क्रमशः 14 केजी तथा 7 केजी के दो पिण्ड एक हल्की अविस्तारणीय डोरी द्वारा संयोजित है जो एक चिकनी पुली के ऊपर से होकर गुज़रता है तथा निकाय विश्रामावस्था से शुरू होता है तथा 3 सेकण्डों के लिए गति करता है, जब डोरी टूट जाती है। ज्ञात कीजिए समय के किन अगले अंतरालों छोटा पिण्ड अपनी मूल अवस्था में आ जाता है।

4. (a) An uniform elastic string has length a_1 when the tension is T_1 and a length a_2 when tension is T_2. Show that its natural length is $\frac{a_2 T_1 - a_1 T_2}{T_1 - T_2}$ and the amount of work done in stretching it from its natural length to a length $(a_1 + a_2)$ is $\frac{(a_1 T_1 - a_2 T_2)^2}{2(T_1 - T_2)(a_1 - a_2)}$

Download Study Material from StudentSuvidha.com

(b) A bullet moving at the rate of $200\sqrt{2}$ ft/sec is fired into a thick target which it penetrates to the extent of 6 inches. If fired into a target 3 inches thick with equal velocity, with what velocity would it emerge, supposing the resistance to be uniform and same in both the cases.

(क) एक एक-रूप लोचशील डोरी की लम्बाई a_1 है जब तनाव T_1 है तथा लम्बाई a_2 है जब तनाव T_2 है। दिखाइए कि इसकी प्राकृतिक लम्बाई $\frac{a_2 T_1 - a_1 T_2}{T_1 - T_2}$ है तथा इसे इसकी प्राकृतिक लम्बाई से एक लम्बाई $(a_1 + a_2)$ तक खींचने मे किए गए कार्य की मात्रा $\frac{(a_1 T_1 - a_2 T_2)^2}{2(T_1 - T_2)(a_1 - a_2)}$ है।

(ख) $200\sqrt{2}$ फीट/से. की दर पर गति कर रही एक गोली को एक मोटे लक्ष्य पर दागा जाता है जो यह 6 इंचों तक वेध देती है। यदि समान वेग के साथ इसे एक 3 इंच मोटे लक्ष्य पर दागा जाए, तो यह कितने वेग के साथ बाहर निकलेगी, यह मानते हुए कि प्रतिरोध एकरूप हो तथा दोनो मामलों में समान हो।

Section–III
खण्ड–III

5. (a) If a particle starts from rest at a depth $\frac{r}{2}$ below the highest point of a smoth vertical circle of radius r, Prove that it will leave the circle at a distance $\frac{r}{3}$ above the centre.

(b) A particle is projected with velocity u from the lowest point and moves along the inside of a smooth vertical circle. Discuss the motion.

(क) यदि एक कण त्रिज्या r के एक चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त के उच्चतम बिन्दु के नीचे एक गहराई $\frac{r}{2}$ पर विश्रामावस्था से आरंभ करता है, सिद्ध कीजिए कि यह केन्द्र के ऊपर एक दूरी $\frac{r}{3}$ पर वृत्त को छोड़ देगा।

(ख) एक कण को निम्नलिखित बिन्दु से वेग u के साथ प्रक्षेपित किया जाता है तथा एक चिकने उर्ध्वाधर वृत्त के अन्दर के साथ-साथ गति करता है। गति की विवेचना कीजिए।

6. (a) A particle is projected with a velocity of 14m. per sec. at an angle of elevation 60° find
   (i) the equation of its path
   (ii) the length of the latus rectum of the path
   (iii) the greatest height attained
   (iv) the height of the directrix of the path
   (v) the time for the range
   (vi) the length of the range

(b) A particle is projected with velocity $2\sqrt{ag}$ so that it just clears two walls of equal height a, which are at a distance 2a from each other show that the latus rectum of the path is 2a and that the time of passing between the walls is $2\sqrt{\frac{a}{g}}$.

Download Study Material from StudentSuvidha.com

(क) एक कण को 14 मी प्रति से. के वेग के साथ एक उन्नयन कोण 60° पर प्रक्षेपित किया जाता है, ज्ञात कीजिए :

(i) इसके पथ पर समीकरण

(ii) पथ के नाभिलम्ब की लम्बाई

(iii) प्राप्त की गई वृहदतम ऊँचाई

(iv) पथ की निदेशिका की ऊँचाई

(v) परास के लिए समय

(vi) परास की लम्बाई

(ख) एक कण को वेग $2\sqrt{ag}$ के साथ प्रक्षेपित किया जाता है ता कि यह समान ऊँचाई की दो दीवारों को पार कर जाए, जो एक दूसर से 2a दूरी पर हैं। दिखाइए कि पथ का नाभि लम्ब 2a है तथा दीवारों के बीच से गुज़रने का समय $2\sqrt{\frac{a}{g}}$ है।

Section–IV
खण्ड–IV

7. (a) A particle describes the curve $au = \frac{\cosh\theta - 2}{\cosh\theta + 1}$ under a force F to the Pole. Find the law of force.

(b) A particle moves with a central acceleration $\mu\left(r + \frac{a^4}{r^3}\right)$, being projected from an apse at a distance 'a' with a velocity $2a\sqrt{\mu}$. Prove that it describes the curve $\mu^2(2 + \cos\sqrt{3}\theta) = 3a^2$.

(क) एक कण ध्रुव की ओर एक बल F के अधीन वक्र $au = \frac{\cosh\theta - 2}{\cosh\theta + 1}$ को वर्णित करता है। बल का नियम ज्ञात कीजिए।

(ख) एक कण केन्द्रीय त्वरण $\mu\left(r + \frac{a^4}{r^3}\right)$, के साथ एक स्तब्धिका से वग $2a\sqrt{\mu}$ के साथ एक दूरी 'a' पर प्रक्षेपित किया जा रहा है। सिद्ध कीजिए कि यह वक्र $\mu^2(2 + \cos\sqrt{3}\theta) = 3a^2$ को वर्णित करती है।

8. (a) If v_1 and v_2 are maximum and minimum velocities of a planet, then prove that $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$ for an elliptic path.

(b) A particle, without weight, slides on a smooth helix of angle α and radius a under a force to a fixed point on the axis equal to $m\mu$ (distance). Show that the reaction of the curve cannot vanish unless the greatest velocity of the particle is $a\sqrt{\mu}\sec\alpha$.

(क) यदि v_1 तथा v_2 एक ग्रह के अधिकतम तथा न्यूनतम वेग हैं, तब सिद्ध कीजिए कि एक दीर्घ वृत्तीय पथ के लिए $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$.

(ख) एक कण, भार के बिना, कोण α तथा त्रिज्या a के एक चिकने सर्पिल पर $m\mu$ (दूरी) के समान अक्ष पर एक स्थिर बिन्दु की ओर एक बल के अधीन फिसलता है। दिखाइए कि वक्र की प्रतिक्रिया विलुप्त नहीं हो सकती जब तक कि कण का वृहद्तम वेग $a\sqrt{\mu}\sec\alpha$ है।