

- (d) Forces forming a couple are each 4 N and its arm is 1 m. Find the arm of an equivalent couple each of whose forces is 3 N.

युग्म बनाने वाले बल प्रत्येक 4 N के हैं तथा इसकी दूसरी भुजा 1 मी. है। एक तुल्यमान युग्म की भुजा ज्ञात कीजिए जिसके बलों में से प्रत्येक 3 N है।

- (e) Define wrench and screw.

मरोड़ तथा पेंच को परिभाषित कीजिए।

- (f) Find the C. G. of the area of a circle $r = a$.

एक वृत्त $r = a$ के क्षेत्रफल का C. G. ज्ञात कीजिए।

B. Sc. 3rd Semester Pass (New Scheme)

Examination, December-2015

MATHEMATICS

Paper-BM-233

Statics

Time allowed : 3 hours] [Maximum marks : 40

Note : Attempt five questions in all, selecting one question from each unit. **Question No. 9 is compulsory.**
Q No. 1 to 8 carry 7 marks each (4 + 3) Q. No. 9 carries 2 marks for each part.

नोट : प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। प्रश्न सं० 9 अनिवार्य है। प्रश्न सं० 1 से 8 प्रत्येक 7 अंकों के हैं (4 + 3)। प्रश्न सं० 9 का प्रत्येक भाग 2 अंकों का है।

Unit-I

इकाई-I

1. (a) The ends of a string 23 cms long, are attached to two points A and B in a horizontal line. A weight of 51 gms, is fastened to a point C, of the string. Find the tensions in the string, if $AB = 17$ cms and $AC = 8$ cms when the weight is at rest.

एक 23 सेमी. लम्बे धागे के सिरे, एक क्षैतिज रेखा में दो बिन्दुओं A तथा B से जुड़े हैं। 51 ग्राम का एक भार, डोरी के एक बिन्दु C से बंधा है। डोरी पर तनावों को ज्ञात कीजिए, यदि $AB = 17$ सेमी. तथा $AC = 8$ सेमी. जब भार विश्राम में है।

(b) Two unlike parallel forces P and Q ($P > Q$) act at A and B respectively. If P and Q are both increased by x, show that the resultant will move through a distance $\frac{x \cdot AB}{P - Q}$.

दो असमान समान्तर बल P तथा Q ($P > Q$) क्रमशः A तथा B पर कार्य करते हैं। यदि P तथा Q दोनों को x से बढ़ा दिया जाए, दिखाएँ कि परिणामी एक दूरी

$$\frac{x \cdot AB}{P - Q}$$

से होकर हट जाएगा।

2. (a) Forces 3, 4, 5 kg wt act along the sides BC, CA, AB of an equilateral triangle ABC of side 2 m, in the directions indicated by the order of letters. Find the moment of the system about the C. G. of the triangle.

अक्षरों के क्रम द्वारा इंगित दिशाओं में पार्श्व 2 मी. के एक समभुज त्रिकोण ABC की भुजाओं BC, CA, AB के साथ 3, 4, 5 केजी के बल कार्य करते हैं। त्रिकोण के C. G. के परितः निकाय का आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

(b) ABCD is a square, each side of which is 5 m long. Forces of 3, 4, 8, 7, P, Q kg wt act along AB, BC, CD, DA, AC, DB respectively. Find P and Q, if the system reduces to a couple. Find also the moment of the couple.

ABCD एक वर्ग है, जिसकी प्रत्येक भुजा 5 मी. लम्बी है। 3, 4, 8, 7, P, Q केजी भार के बल क्रमशः AB, BC, CD, DA, AC, DB के साथ कार्य करते हैं। P तथा Q ज्ञात कीजिए, यदि निकाय एक युग्म में समानयित हो जाता है। युग्म का आघूर्ण भी ज्ञात कीजिए।

Unit-II

इकाई-II

3. (a) A uniform rod can turn freely about one of its ends and is pulled aside from the vertical by a horizontal force acting at the other end of the rod and equal to half its weight. At what inclination to the vertical will the rod rest ?

एक समरूप छड़ इसके सिरो में से एक के परितः स्वतंत्रतापूर्वक घूम सकता है तथा इसके भार के आधे के बराबर और छड़ के दूसरे सिरो पर कार्य कर रहे एक क्षैतिज बल द्वारा ऊर्ध्वाधर से एक तरफ खींच लिया जाता है। ऊर्ध्वाधर की ओर किस झुकाव पर छड़ विश्राम करेगा ?

(b) A heavy uniform rod of length $2l$ is resting in contact with a smooth sphere of radius r and the lower end of the rod presses against a smooth vertical wall. If the distance of the centre of the

sphere from the wall is c and the rod makes an angle α with the wall, prove that

$$\ell \sin^3 \alpha + r \cos \alpha = c$$

2 ℓ लम्बाई की एक भारी एकरूप छड़ त्रिज्या r के एक चिकने गोलक के साथ स्पर्श में विश्राम कर रहा है और छड़ का निचला सिरा एक चिकनी ऊर्ध्वाधर दीवार को दबाता है। यदि दीवार से गोलक के केन्द्र की दूरी C है और छड़ दीवार के साथ एक कोण α बनाता है, तो सिद्ध कीजिये कि

$$\ell \sin^3 \alpha + r \cos \alpha = c$$

4. (a) A uniform ladder rests in limiting equilibrium with one end on a rough floor, whose co-efficient of friction is μ and with the other end against a smooth vertical wall. Show that the inclination to the vertical is $\tan^{-1}(2\mu)$

एक एकरूपी सीढ़ी एक खुरदरी जमीन पर एक सिरे के साथ सीमाकारी साम्यावस्था में विश्राम करता है, जिसका घर्षण का गुणांक μ है तथा दूसरा सिरा एक चिकनी ऊर्ध्वाधर दीवार के विरुद्ध है। दिखाइए कि ऊर्ध्वाधर की ओर झुकाव $\tan^{-1}(2\mu)$ है।

(b) Find the C. G. of the area of the curve $y = \sin x$ between $x = 0$ and $x = \pi$

$x = 0$ तथा $x = \pi$ के बीच वक्र $y = \sin x$ के क्षेत्रफल का C. G. ज्ञात कीजिए।

Unit-III

इकाई-III

5. (a) Six equal bars are freely joined at the extremities forming a regular hexagon ABCDEF, which is kept in shape by vertical strings joining the middle points of BC, CD and AF, EF respectively; the side AB being horizontal and uppermost. Prove that tension of each string is three times the weight of each bar.

छः समान छड़ों को छोरों पर स्वतंत्रतापूर्वक जोड़कर एक नियमित षडभुज ABCDEF बनाया गया है, जो क्रमशः BC, CD तथा AF, EF के मध्य बिन्दुओं को ऊर्ध्वाधर धारों से बांधकर आकार में रखा गया है। भुजा AB क्षैतिज है तथा सबसे ऊपर है। सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक धारे का तनाव प्रत्येक छड़ के भार का तीन गुणा है।

(b) ABCD is a rhombus formed with four rods each of length ℓ and negligible weight joined by smooth hinges. A weight w is attached to the lowest

hinge C, and frame rests on two smooth pegs in a horizontal line in contact with the rods AB and AD. B and D are in a horizontal line and are joined by a string. If the distance of the pegs apart is $2C$, and the angle at A is 2α , show that the tension in the string is

$$\frac{W}{\cot \alpha} \left(\frac{C}{2\ell \sin^3 \alpha} - 1 \right)$$

ABCD एक समचतुर्भुज है जो लम्बाई ℓ के प्रत्येक नगण्य भार के चार छड़ों को चिकने कब्जों द्वारा जोड़कर साथ बनाया गया है। सबसे नीचे के कब्जे C के साथ एक भार W जुड़ा है, तथा ढाँचा छड़ों AB तथा AD के साथ स्पर्श में एक क्षैतिज रेखा में दो चिकने छूंटों पर विश्राम कर रहा है। B तथा D एक क्षैतिज रेखा में हैं तथा एक धागे द्वारा जुड़े हैं। यदि छूंटों की एक दूसरे के बीच की दूरी $2C$ है तथा A पर कोण 2α है, दिखाइए कि

धागों में तनाव

$$\frac{W}{\cot \alpha} \left(\frac{C}{2\ell \sin^3 \alpha} - 1 \right) \text{ है।}$$

6. (a) Three forces P, Q and R act along three non-intersecting edges of a cube; find the central axis.

तीन बल P, Q तथा R एक घन के तीन गैर-प्रतिच्छेदी सिरों के साथ कार्य करते हैं; केन्द्रीय अक्ष ज्ञात कीजिए।

(b) A force P acts along the axis of x and another force 3 P along a generator of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$. Show that the central axis lies on the cylinder $9(3x - z)^2 + 100y^2 = 81a^2$.

एक बल P; x के अक्ष के साथ तथा दूसरा बल 3 P बेलन $x^2 + y^2 = a^2$ के एक जनित्र के साथ कार्य करता है। दिखाइए कि बेलन $9(3x - z)^2 + 100y^2 = 81a^2$ पर केन्द्रीय अक्ष स्थित है।

Unit-IV

इकाई-IV

7. (a) Show that a wrench, of which the force is R and the pitch is w c may be replaced by forces inclined at an angle 2θ to each other, the shortest

distance between them being $2C$ and their magnitudes are

$$\frac{R}{2} \left[\sqrt{(1+w \tan \theta)} \pm \sqrt{(1-w \cot \theta)} \right]$$

दिखाइए कि एक परीड़, जिसका बल R है तथा अक्षनति wc है जो एक दूसरे से एक कोण 2θ पर झुके बलों द्वारा बदला जा सकता हो; इनके बीच अल्पतम दूरी $2C$ हो तथा उनके परिमाण

$$\frac{R}{2} \left[\sqrt{(1+w \tan \theta)} \pm \sqrt{(1-w \cot \theta)} \right] \text{ है।}$$

(b) A straight line is given by the equation

$$Ax + By + Cz = D, \quad A'x + B'y + C'z = D'$$

Show that its conjugate is given by equating to zero any two of the determinants

$$\begin{vmatrix} L' & M' & N' & Lx + My + Nz \\ A & B & C & D \\ A' & B' & C' & D' \end{vmatrix} = 0$$

where L', M', N' , are the component couples at the point (x, y, z) and L, M, N those at the origin.

एक सरल रेखा को निम्न समीकरण द्वारा दिया गया है :

$$Ax + By + Cz = D, \quad A'x + B'y + C'z = D'$$

दिखाइए कि इसका संयुग्मी निम्न निर्धारकों में से किन्हीं दो को शून्य से तुल्यता द्वारा दिया गया है

$$\begin{vmatrix} L' & M' & N' & Lx + My + Nz \\ A & B & C & D \\ A' & B' & C' & D' \end{vmatrix} = 0$$

जहाँ L', M', N' बिन्दु (x, y, z) पर घटक गुण है तथा L, M, N जो मूल पर हैं।

8. (a) A solid homogeneous hemisphere of radius a has a solid right cone of the same substance constructed on its base; the hemisphere rests on the convex sides of a fixed sphere of radius b , the axis of the cone being vertical. Show that the greatest height of the cone consistent with stability for a small rolling displacement is

$$\frac{a}{a+b} \left[\sqrt{(3b+a)(b-a)} - 2a \right]$$

एक ठोस समांगी त्रिज्या a के अर्ध गोलक के आधार पर समान सामग्री का ठोस समकोणीय शंकु निर्मित किया गया है;

अर्धगोलक त्रिज्या b के एक स्थिर गोलक के उत्तल पार्श्वों पर विश्राम करता है, शंकु का अक्ष ऊर्ध्वाधर है। दिखाइए कि एक छोटे बोलायामन विस्थापन के लिए स्थायित्व के साथ स्थिर शंकु की वृहत्तम ऊँचाई

$$\frac{a}{a+b} \left[\sqrt{(3b+a)(b-a)} - 2a \right] \text{ है।}$$

(b) A heavy uniform rod rests with one end against a smooth vertical wall and with a point in its length resting on a smooth peg. Find the position of equilibrium and show that it is unstable.

एक भारी एकरूप छड़ एक चिकने ऊर्ध्वाधर दीवार के विरुद्ध एक सिरे के साथ विश्राम करता है तथा एक चिकने खूँटे पर एक बिन्दु में इसकी लम्बाई के साथ विश्राम करता है। साम्यावस्था की स्थिति ज्ञात कीजिए तथा दिखाइए कि यह अस्थायी है।

Unit-V

इकाई-V

9. (a) A uniform cubical box of edge a is placed on the top of a fixed sphere, the centre of the face of the cube being in contact with the highest point of the

sphere. What is the least radius of the sphere for which the equilibrium will be stable? (b)

बुज्जा a के एक एकरूप घनीय बक्स को एक स्थिर गोलक के ऊपर रखा गया है, घन के फलक का केन्द्र गोलक के उच्चतम बिन्दु के साथ सम्पर्क में है। गोलक की न्यूनतम त्रिज्या क्या है जिसके लिए साम्यावस्था स्थाई होगी ?

(b) The resultant of two forces P and Q is R . If one of the forces be reversed in direction, the resultant, is S . Show that $R^2 + S^2 = 2(P^2 + Q^2)$

दो बलों P तथा Q का परिणामी R है। यदि बलों में से एक को दिशा में विपरीत किया जाता है, तो परिणामी S है। दिखाइए कि $R^2 + S^2 = 2(P^2 + Q^2)$

(c) The resultant of two parallel forces whose lines of action are 12 m apart and act in opposite sense is 700 N . If the resultant acts at 3 m from one of the forces, what are the forces ?

दो समांतर बलों का परिणामी जिसकी क्रिया की रेखाएं 12 मी. अलग-अलग हैं तथा विपरीत भाव में कार्य 700 N है। यदि परिणामी बलों में से एक से 3 मी. पर कार्य करता है, तो बल क्या है ?