

92007

(8)

- (ग) समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ को वर्गीकृत कीजिए। 2
- (घ) एक आयामी ऊष्मा तथा तरंग समीकरण लिखिए। 2
- (ङ) $r = h^2 t$ के लिए मॉर्गे के सहायक समीकरणों को लिखिए। 2
- (च) हल कीजिए : $p - 3x^2 = q^2 - y$ 2

92007

B.Sc. 3rd Semester Pass (New Scheme) Examination,

December-2015

MATHEMATICS

Paper-BM-232

Partial Differential Equations

Time allowed : 3 hours] [Maximum marks : 40

Note : Attempt any five questions, selecting one question from each section. Section-V is compulsory.

नोट : प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न चुनते हुए, कोई पाँच प्रश्न कीजिए।
खण्ड-V अनिवार्य है।

Section-I

खण्ड-I

1. (a) Form a partial differential equation by eliminating the function f from $xyz = f(x + y + z)$. $3\frac{1}{2}$
- (b) Solve : $(y + z)p + (z + x)q = x + y$. $3\frac{1}{2}$
- (क) $xyz = f(x + y + z)$ से फलन f के विलोपन द्वारा एक आंशिक अवकल समीकरण बनाइए। $3\frac{1}{2}$
- (ख) हल कीजिए : $(y + z)p + (z + x)q = x + y$ $3\frac{1}{2}$

92007-P-8-Q-9 (15)

[P.T.O.]

92007

92007

(2)

2. (a) Find the complete integral of the equation $p^2 - qy^2 = y^2 - x^2$, using Charpit's method. $3\frac{1}{2}$
- (b) Find the complete integral of the equation $2p_1 x_1 x_3 + 3p_2 x_3^2 + p_3^2 P_3 = 0$, using Jacobi's method. $3\frac{1}{2}$

(क) चारपिट की विधि का उपयोग करते हुए, समीकरण $p^2 - qy^2 = y^2 - x^2$, के सम्पूर्ण समाकल को ज्ञात कीजिए। $3\frac{1}{2}$

(ख) जैकोबी की विधि का उपयोग करते हुए, समीकरण $2p_1 x_1 x_3 + 3p_2 x_3^2 + p_3^2 P_3 = 0$ का सम्पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए। $3\frac{1}{2}$

Section-II

खण्ड-II

3. (a) Solve : $(D^2 - 4DD' + 3D'^2)z = \sqrt{x+3y}$. $3\frac{1}{2}$
- (b) Solve : $(D^2 - 2DD' + D'^2)z = 12xy$. $3\frac{1}{2}$
- (क) हल कीजिए : $(D^2 - 4DD' + 3D'^2)z = \sqrt{x+3y}$ $3\frac{1}{2}$
- (ख) हल कीजिए : $(D^2 - 2DD' + D'^2)z = 12xy$ $3\frac{1}{2}$

92007

92007

(3)

4. (a) Solve: $(x^2D^2 - 2xyDD' - 3y^2D'^2 + xD - 3yD')z = x^2y \cos(\log x^2)$ $3\frac{1}{2}$

(b) Solve: $(x^2D^2 + 2xyDD' + y^2D'^2)z = (x^2 + y^2)^{n/2}$ $3\frac{1}{2}$

(क) हल कीजिए : $(x^2D^2 - 2xyDD' - 3y^2D'^2 + xD - 3yD')z = x^2y \cos(\log x^2)$ $3\frac{1}{2}$

(ख) हल कीजिए : $(x^2D^2 + 2xyDD' + y^2D'^2)z = (x^2 + y^2)^{n/2}$ $3\frac{1}{2}$

Section-III

खण्ड-III

5. (a) Reduce the equation $yr + (x+y)s + xt = 0$ to cononical form and hence find its general solution. $3\frac{1}{2}$

92007

(4)

(b) Obtain the solution of $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{1}{x+y}$ such that

$$z = 0, p = \frac{2y}{x+y} \text{ on } y = x. \quad 3\frac{1}{2}$$

(क) समीकरण $yr + (x+y)s + xt = 0$ को नियमाधीन रूप में समानयित कीजिए तथा उसके पश्चात् इसका साधारण हल ज्ञात कीजिए। $3\frac{1}{2}$

(ख) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{1}{x+y}$ का हल प्राप्त कीजिए इस प्रकार से कि

$$z = 0, y = x \text{ पर } p = \frac{2y}{x+y} \quad 3\frac{1}{2}$$

6. (a) Solve: $r - t \cos^2 x + p \tan x = 0$ $3\frac{1}{2}$

(b) Solve: $2pr + 2qt - 4pq(rt - s^2) = 1$ $3\frac{1}{2}$

(क) हल कीजिए: $r - t \cos^2 x + p \tan x = 0$ $3\frac{1}{2}$

(ख) हल कीजिए: $2pr + 2qt - 4pq(rt - s^2) = 1$ $3\frac{1}{2}$

Section-IV

खण्ड-IV

7. (a) Determine characteristic of the equation $3\frac{1}{2}$

92007

T0050

92007

(5)

$$e^{2x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2e^{x+y} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + e^{2y} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad 3\frac{1}{2}$$

(b) Solve the equation $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$ with the conditions

$$u(0, t) = u(\ell, t) = 0, u(x, 0) = x(\ell - x). \quad 3\frac{1}{2}$$

(क) समीकरण

$$e^{2x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2e^{x+y} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + e^{2y} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad 3\frac{1}{2}$$

(ख) समीकरण $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$ को निम्न शर्तों सहित

$$u(0, t) = u(\ell, t) = 0, u(x, 0) = x(\ell - x)$$

हल कीजिए। $3\frac{1}{2}$

8. (a) Find the solution of the wave equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

using the method of separation of variables. $3\frac{1}{2}$

(b) Solve $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, which satisfies the

92007

P.T.O.

T0050

92007

(6)

following boundary conditions

$$u(0, y) = u(a, y) = u(x, 0) = 0$$

$$\text{and } u(x, b) = \sin \frac{n\pi x}{a} \quad 3\frac{1}{2}$$

(क) चरों के पृथक्करण की विधि का उपयोग करते हुए तरंग समीकरण

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{का हल ज्ञात कीजिए।} \quad 3\frac{1}{2}$$

(ख) हल कीजिए $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, जो निम्नलिखित सीमा शर्तों को

परिचुष्ट करता है :

$$u(0, y) = u(a, y) = u(x, 0) = 0$$

$$\text{तथा } u(x, b) = \sin \frac{n\pi x}{a} \quad 3\frac{1}{2}$$

Section-V

खण्ड-V

9. (a) Find the differential equation by eliminating the

$$\text{function } f \text{ from } z = y^2 + 2f\left(\frac{1}{x} + \log y\right) \quad 2$$

92007

(7)

(b) Solve $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \cos(2x + 3y)$ by direct integration. 2(c) Classify the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ 2

(d) Write one dimensional Heat and Wave equation. 2

(e) Write down Monge's subsidiary equations for $r = a^2 t$. 2(f) Solve: $p - 3x^2 = q^2 - y$ 2(क) $z = y^2 + 2f\left(\frac{1}{x} + \log y\right)$ से फलन f के विलोपन द्वारा अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए। 2(ख) प्रत्यक्ष समाकलन द्वारा $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \cos(2x + 3y)$ को हल कीजिए। 2