

गोलक का समीकरण ज्ञात कीजिए जहाँ केन्द्र (a,b,c) तथा त्रिज्या r हो तो।

(f) Show that the plane $8x - 6y - z = 5$ touch a the paraboloid $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$.

सिद्ध कीजिए कि तल $8x - 6y - z = 5$ परबलयजो $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$ को स्पर्श करता है।

Roll No.

91080

B.Sc. (Ist Sem.) Maths (Pass Course)

Examination – December, 2015

Solid Geometry

Paper : BM-113

Time : Three Hours] [Maximum Marks : 40

Before answering the questions, candidates should ensure that they have been supplied the correct and complete question paper. No complaint in this regard, will be entertained after examination. प्रश्नों के उत्तर देने से पहले परीक्षार्थी यह सुनिश्चित कर लें कि उनको पूर्ण एवं सही प्रश्न-पत्र मिला है। परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी शिकायत नहीं सुनी जायेगी।

Note: Attempt five questions in all, selecting one question from each Section. Section - V is compulsory.

प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। खण्ड - V अनिवार्य है।

SECTION - I

खण्ड - I

1. (a) Trace the conic $9x^2 - 6xy + 17y^2 + 30x - 74y + 17 = 0$

4

91080-35850-(P-8)(Q-9)(15)

91080-35850-(P-8)(Q-9)(15) (8)

P. T. O.

शाकव $9x^2 - 6xy + 17y^2 + 30x - 74y + 17 = 0$ को
अनुस्यत कीजिए।

(b) Show that the equation of director circle of the
conic $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$ 3

शाकव $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$ का
नरदेशक वृत ज्ञात कीजिए।

2. (a) Prove that in general two parabolas can be drawn
through four given points. 4

सिद्ध कीजिए सामान्यतया दो परवलय ही जो दिए हुए
चार बिन्दुओं से गुजरते हैं।

(b) Prove that the conics
 $x^2 - y^2 - 4x + 2y + 2 = 0$, $x^2 + 3y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$
are confocals.

सिद्ध कीजिए कि शाकव
 $x^2 - y^2 - 4x + 2y + 2 = 0$, $x^2 + 3y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$
प्रति नाभिक है।

91080-35850-(P-8)(Q-9)(15) (2)

SECTION - II खण्ड - II

3. (a) Find the equation of the sphere through the
circle

$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 3y + 6 = 0$; $x - 2y + 4z - 9 = 0$
and the centre of the sphere
 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$ 4

गोलक का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वृत
 $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 3y + 6 = 0$; व $x - 2y + 4z - 9 = 0$ से
गुजरता है तथा केंद्र
 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$ गोलक पर हो।

(b) If through a given point P, is drawn any chord
QR, to the sphere

$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ 3
Then prove that PQ.PR is a constant.

यदि दिए हुए बिन्दु P से एक चाप QR गोलक
 $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ को काटती हो
तो सिद्ध कीजिए PQ.PR स्थिर है।

4. (a) To find the equation of the tangent plane at the
point (x_1, y_1, z_1) of the cone
 $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$. 4

शंकु $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ पर
बिन्दु (x_1, y_1, z_1) पर स्पर्श तल ज्ञात कीजिए।

(b) Find the equation of the enveloping cylinder of
the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ having its generator

parallel to the line $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ 3

91080-35850-(P-8)(Q-9)(15) (3)

P. T. O.

गोलक $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ का एन्वेलिपिंग बेलन ज्ञात कीजिए। यदि इसके जनित्र $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ के समान्तर हो।

SECTION - III

खण्ड - III

5. (a) Find the equation of the two tangents planes which contain the linear given by $7x + 10y = 30$, $5y - 3z = 0$ and touch the ellipsoid $7x^2 + 5y^2 + 3z^2 = 60$ 4

दो स्पर्श तलों का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $7x + 10y = 30$, $5y - 3z = 0$ रेखाओं को धारण करता है तथा दीर्घवृत्तज $7x^2 + 5y^2 + 3z^2 = 60$ को स्पर्श करता है।

(b) Find the equation of the enveloping cylinder of the conicoid $2x^2 + y^2 + 3z^2 = 1$ whose generators are parallel to the line $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$ 3

शाकवज $2x^2 + y^2 + 3z^2 = 1$ का एन्वेलिपिंग बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए यदि उसके जनित्र रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$ के समान्तर हो।

6. (a) Find the locus of chords of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ which are bisected at (f, g, h) . 4

दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ की चाप का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए यदि बिन्दु (f, g, h) पर विभाजित होती है।

(b) Find the locus of the point of intersection of three mutually perpendicular tangents planes to the paraboloid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{2z}{c}$ 3

किसी परवलयजों $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{2z}{c}$ पर तीन परस्पर लम्बवत् स्पर्श तलों का प्रतिच्छेदित बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए।

SECTION - IV

खण्ड - IV

7. (a) Find the equation of the plane which cuts the paraboloid $x^2 - 2y^2 = z$ in a conic with its centre at point $\left(2, \frac{3}{2}, 4\right)$. 4

तल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $\left(2, \frac{3}{2}, 4\right)$ पर इसके केन्द्र सहित परवलयज $x^2 - 2y^2 = z$ को एक शाकव में काटता है।

SECTION - V

खण्ड - V

(b) Reduce the equation :

$$2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8xz - 10xy + 6x + 12y - 6z + 2 = 0$$

to standard form. 3

समीकरण :

$$2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8xz - 10xy + 6x + 12y - 6z + 2 = 0$$

को मानक रूप में प्रदर्शित कीजिए।

8. (a) Show that the angle between the generating lines

of $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$ through (x, y, z) is given by

$$\tan \theta = ab \left[1 + \frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} \right]^{1/2} \left[z + \frac{a^2 - b^2}{2} \right]^{-1} \quad 4$$

जनित्र रेखाओं $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$ जो (x, y, z) से गुजरती

है तो दिखाइये उनके बीच का कोण

$$\tan \theta = ab \left[1 + \frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} \right]^{1/2} \left[z + \frac{a^2 - b^2}{2} \right]^{-1}$$

(b) Show that the two confocal paraboloids cut every where at right angles. 3

सिद्ध कीजिए कि दो प्रतिनाभिक परवलयों प्रत्येक बिन्दु पर समकोण पर काटते हैं।

9. (a) Discuss the nature of conic $x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$ 2

शांकव $x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$ की प्रकृति ज्ञात करें।

(b) Find the equation of conjugate hyperbola to the general conic. 2

सामान्य शांकव के लिए संयुग्मी अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात करें।

(c) Define conjugate diameter. 2

संयुग्मी व्यासों को परिभाषित करें।

(d) Explain confocal parabola. 2

प्रतिनाभिक परवलय का वर्णन कीजिए।

(e) Find the equation of sphere whose centre is (a, b, c) and radius r . 2