

Roll No.

91079

**B.Sc (1st Sem.) Maths (Pass Course)
Examination – December, 2015**

CALCULUS

Paper : BM-112

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 40

Before answering the questions, candidates should ensure that they have been supplied the correct and complete question paper. No complaint in this regard, will be entertained after examination.
प्रश्नों के उत्तर देने से पहले परीक्षार्थी यह सुनिश्चित कर लें कि उनको पूर्ण एवं सही प्रश्न-पत्र मिला है। परीक्षा के उपरान्त इस सम्बंध में कोई भी शिकायत नहीं सुनी जायेगी।

Note: Attempt *five* questions in all selecting *one* question from each Unit. Q. No. 9 is *compulsory*.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। प्रश्न संख्या 9 अनिवार्य है।

UNIT - I

इकाई - I

1. (a) Using $\varepsilon - \delta$ definition prove that :

$$f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \text{ is continuous at } x = 0. \quad 4$$

91079-35850-(P-7)(Q-9)(15)

P. T. O.

3. (a) Find the asymptotes of the curve $x^3 + 2x^2y + xy^2 - x^2 - xy + 2 = 0$.

वक्र $x^3 + 2x^2y + xy^2 - x^2 - xy + 2 = 0$ की सभी
अनन्तसर्पिणी अक्षरेणों को ढाल कीजिए।

(b) Find the asymptotes of the curve $r \cos \theta = a \sin^2 \theta$

वक्र $r \cos \theta = a \sin^2 \theta$ के अनन्तसर्पिणी अक्षरेणों को
ढाल कीजिए।

4. (a) Find the radius of curvature for the curve

$$r^n = a^n (\cos n \theta)$$

वक्र $r^n = a^n (\cos n \theta)$ के लिए वक्रता की त्रिज्या ढाल

कीजिए।

(b) Show that the circle of curvature at $\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$ on

the curve $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ is

$$\left(x - \frac{3a}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{3a}{4}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$$

3

$\epsilon - \delta$ परिभाषा का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि :

$$f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}, x=0 \text{ पर सतत है।}$$

(b) If $y = \left[\log \left(x + \sqrt{1+x^2} \right) \right]^2$, find y_n (0)

यदि $y = \left[\log \left(x + \sqrt{1+x^2} \right) \right]^2$ हो तो y_n (0) ढाल करें।

2. (a) Show that $e^x \log(1+x) = x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

सिद्ध कीजिए $e^x \log(1+x) = x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

(b) If $0 < x \leq 2$ then prove that :

$$\log x = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \dots$$

यदि $0 < x \leq 2$ तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\log x = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \dots$$

(b) Find the intrinsic equation of the curve $p = r \sin \alpha$. 3

वक्र $p = r \sin \alpha$ का अवर्तित समीकरण ज्ञात कीजिए।

UNIT - IV

इकाई - IV

7. (a) Find the area between the curve $x^2 y^2 = a^2 (y^2 - x^2)$ and its asymptotes. 4

वक्र $x^2 y^2 = a^2 (y^2 - x^2)$ तथा इसके अनन्तरेखाओं अवस्थाओं के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(b) Find the area of the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ or $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$. 3

वक्र का $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ या $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

8. (a) The curve $r = a(1 + \cos \theta)$ revolves about the initial line. Find the volume of the solid generated. 4

प्रारंभिक रेखा के चारों ओर $r = a(1 + \cos \theta)$ के घूर्णन द्वारा जनित वस्तु का आयतन ज्ञात करें।

(b) Find the centroid of the semi-circular region of radius r by pappus theorem. 3

पपुस प्रमेय द्वारा अर्धवृत्तीय क्षेत्र का निरक्षी त्रिज्या r से ती उसका केन्द्रक ज्ञात करें।

वक्र $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ वक्रों का $\left(\frac{a}{4}, \frac{4}{a}\right)$ पर

$$\left(x - \frac{3a}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{3a}{4}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$$

UNIT - III

इकाई - III

5. (a) Trace the curve $r = a \sin 3\theta$. 4

वक्र $r = a \sin 3\theta$ का अवर्तण कीजिए।

(b) If $U_n = \int_0^{\pi/2} x^n \sin x dx$ and $n > 1$ show that

$$U_n + n(n-1)U_{n-2} = n \left(\frac{2}{\pi}\right)^{n-1}$$

Hence evaluate

U_5 .
यदि $U_n = \int_0^{\pi/2} x^n \sin x dx$ और $n > 1$ तो सिद्ध कीजिए कि $U_n + n(n-1)U_{n-2} = n \left(\frac{2}{\pi}\right)^{n-1}$ तथा U_5 ज्ञात कीजिए।

6. (a) Connect $\int \sin^m x \cos^n x dx$ with $\int \sin^{m+2} x \cos^n x dx$

को $\int \sin^{m+2} x \cos^n x dx$ से

संयोजित कीजिए।

9. (a) To find the n^{th} derivative of e^{mx} .

2

e^{mx} का n वाँ अवकलन ज्ञात करें।

2

(b) Define NODE.

नोड की परिभाषित करें।

(c) Find the asymptotes of curve $y = \tan x$ parallel to x and y axis.

2

वक्र $y = \tan x$ का x तथा y अक्ष के समान्तर असिम्प्टोटा ज्ञात करें।

ज्ञात करें।

(d) Evaluate $\int_{2\pi}^{\pi} \sin^7 \theta \frac{d\theta}{4}$

2

इस के लिए $\int_{2\pi}^{\pi} \sin^7 \theta \frac{d\theta}{4}$

(e) Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^{\frac{n+1}{2}}}$

2

के लिए $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^{\frac{n+1}{2}}}$

91079-3322-(P-7)(Q-9)(15) (6)

(f) Define pappus theorem for volume.

2

आपतन के लिए पप्पस प्रमेय की परिभाषित कीजिए।

91079-35850-(P-7)(Q-9)(15) (7)

P.T.O.