Download Study Material from StudentSuvidha.com

(e) Given that -6 is a root of the equation $x^3+2x^2-17x+42=0$ solve it. 2

यदि समीकरण $x^3+2x^2-17x+42=0$ का एक मूल -6 दिया हो तो समीकरण को हल कीजिए।

(f) Show that the equation $x^{2n}-1=0$ has only two real root. 2

सिद्ध कीजिए कि समीकरण $x^{2n}-1=0$ के केवल दो ही मूल वास्तविक हैं।

Roll No. .....

91078

B. Sc. 1st Semester Mathematics

(Pass Course)

Examination – December, 2015

ALGEBRA

Paper : BM-111

Time : Three Hours] *[Maximum Marks : 40*

Before answering the questions, candidates should ensure that they have been supplied the correct and complete question paper. No complaint in this regard, will be entertained after examination.

प्रश्नों के उत्तर देने से पहले परीक्षार्थी यह सुनिश्चित कर लें कि उनको पूर्ण एवं सही प्रश्न-पत्र मिला है। परीक्षा के उपरान्त इस संबंध में कोई भी शिकायत नहीं सुनी जायेगी।

Note : Attempt *five* questions in all, selecting *one* question from each Unit. Unit-*V* is *compulsory*.

प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल **पाँच** प्रश्न कीजिए। इकाई-*V* *अनिवार्य* है।

Download Study Material from StudentSuvidha.com

UNIT – I

इकाई – I

1. (a) Show that every matrix can expressed in one and one way as the sum of symmetric and skew symmetric matrices. 4

दिखाइए कि प्रत्येक आव्यूह को एक तथा केवल एक तरह अयति सममित तथा विषम सममित आव्यूहों के योगफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

(b) Find the non singular matrices P and Q such that PAQ is normal form where $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -6 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$. 3

गैर एकल आधात्रियों P तथा Q को ज्ञात कीजिए। इस प्रकार से PAQ प्रसामान्य प्रारूप में हो जहाँ $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -6 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$।

2. (a) Prove that the characteristic root of a Hermitian matrix are all real. 4

सिद्ध कीजिए कि एक हर्मीशियन आव्यूह के लक्षणात्मक मूल सभी वास्तविक हैं।

(b) Varify Cayley-Hamilton theorem for the matrix A and compute A^{-1} where $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$. 3

कैले-हैमिल्टन को परिमाणित कीजिए तथा A^{-1} ज्ञात कीजिए यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

UNIT – II

इकाई – II

3. (a) Find the value of a and b for which the following system of linear equations $2x+by-z = 3$, $5x+7y+z = 7$, $9x+y+3z = a$ has an infinite number of solutions. 4

a तथा b का मान ज्ञात कीजिए यदि समीकरण का निकाय $2x+by-z = 3$, $5x+7y+z = 7$, $9x+y+3z = a$ के असीमित हल हैं।

(b) Find the value of k such that the system of equations $x+ky+3z = 0$, $4x+3y+kz = 0$, $2x+y+2z = 0$ has non trivial solutions. 3

Download Study Material from StudentSuvidha.com

Studentsuvidha.com

k का मान ज्ञात कीजिए इस प्रकार से कि समीकरणों के निकाय $x+ky+3z=0$, $4x+3y+kz=0$, $2x+y+2z=0$ का एक गैर नगण्य हल है।

4. (a) If A is an orthogonal matrix and $B = AP$ where P is non-singular, then prove that $P^{-1}B$ is orthogonal. 4

यदि एक लम्बकोणीय आव्यूह A तथा $B = AP$ जहाँ P एक गैर एकल आधात्री हो, तो सिद्ध कीजिए कि $P^{-1}B$ एक लम्बकोणीय है।

(b) Diagnolize the quadratic form $x_1^2 + 2x_2^2 - 7x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3$. Also find the rank, index and signature and equation transformation. 3

द्विपक्षीय रूप $x_1^2 + 2x_2^2 - 7x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3$ को विकर्णीकृत कीजिए। श्रेणी, सूचकांक, हस्ताक्षर तथा समीकरणों का रूपांतरण भी ज्ञात कीजिए।

UNIT – III

इकाई – III

5. (a) Solve the equation $x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 8x - 15 = 0$ roots being in A. P. 4

समीकरण $x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 8x - 15 = 0$ जिसके मूल A. P. में हो उसे हल कीजिए।

(b) Find the condition that two roots of equation $x^3 - bx^2 + cx - d = 0$ be equal. 3

वह शर्त ज्ञात कीजिए कि समीकरण $x^3 - bx^2 + cx - d = 0$ के दो मूल समान हों।

6. (a) Remove the second term from the equations $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$. 4

द्वितीय पद को समीकरण $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$ को समाप्त कीजिए।

(b) If α, β, γ are roots of equation $x^3 + x^2 + 2x + 3 = 0$ form an equations whose roots $\beta + \gamma - \alpha, \gamma + \alpha - \beta, \alpha + \beta - \gamma$. 3

यदि α, β, γ समीकरण $x^3 + x^2 + 2x + 3 = 0$ के मूल हों तो वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल $\beta + \gamma - \alpha$, $\gamma + \alpha - \beta$, $\alpha + \beta - \gamma$ हो तो।

Download Study Material from StudentSuvidha.com

UNIT – IV

इकाई – IV

7. (a) Solve the equation $x^3 - 27x + 54 = 0$ by Cardon method. 4

कार्डन विधि का प्रयोग करते हुए $x^3 - 27x + 54 = 0$ को हल कीजिए।

(b) Solve the equation $x^4 - 4x^3 + 5x + 2 = 0$ by Descarte method. 3

डिस्कार्ट विधि का प्रयोग करते हुए $x^4 - 4x^3 + 5x + 2 = 0$ को हल कीजिए।

8. (a) Solve the equation $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 7x + 3 = 0$ by Ferrari method. 4

फरारी विधि का प्रयोग करते हुए $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 7x + 3 = 0$ को हल कीजिए।

(b) Show that the equation $x^7 - 3x^4 + 2x^3 - 1 = 0$ has at least four complex roots. 3

सिद्ध कीजिए कि समीकरण $x^7 - 3x^4 + 2x^3 - 1 = 0$ के कम से कम चार काल्पनिक मूल हों।

UNIT – V

इकाई – V

9. (a) Define Hermitian matrix. 2

हर्मिशियन आव्यूह को परिभाषित कीजिए।

(b) Find the rank of matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$. 2

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ की श्रेणी ज्ञात कीजिए।

(c) Find the condition that roots of the equation $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ are in A. P. 2

वह शर्त निकालिए यदि समीकरण $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ के मूल A. P. में हो।

(d) State Cayley Hamilton's theorem. 2

कैले हैमिल्टन को परिभाषित कीजिए।