

(b) Define force of friction.

घर्षण के बल को परिभाषित कीजिए।

(c) Define centre of gravity of a thin uniform rod.

एक पतले एकसूत्र छड़ के गुरुत्व के केंद्र को परिभाषित कीजिए।

(d) Three equal forces acting at a point are in equilibrium. Find the angle between the forces.

एक बिन्दु पर कार्यरत तीन समान बल साम्यवस्था में हैं। बलों के बीच कोण ज्ञात कीजिए।

(e) Define like and unlike forces.

समान तथा असमान बलों को परिभाषित कीजिए।

(f) Define wrench and screw.

मरोड़ तथा पेंच को परिभाषित कीजिए।

$$1 \times 6 = 6$$

$$1 \times 6 = 6$$

B. A. 3rd Semester Pass (New Scheme) Examination,  
December-2015

MATHEMATICS-III

Paper-BM 233

Statics

Time allowed : 3 hours

[Maximum marks : 26]

Note : Attempt five questions in all, selecting one question from each section. Q. No. 9 is compulsory.

नोट : प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। प्रश्न नं. 9 अनिवार्य है।

### Section-I

#### खण्ड-I

1. (a) ABCDEF is a regular hexagon. Forces of magnitude  $4, 8\sqrt{3}, 16, 4\sqrt{3}$  and  $8$  Newtons act at A in the directions AB, AC, AD, AE and AF respectively. Find the resultant of the forces.

$2\frac{1}{2}$

ABCDEF एक नियमित षड्भुज है। क्रमशः AB, AC, AD, AE तथा AF दिशाओं में A पर परिमाण  $4, 8\sqrt{3}, 16, 4\sqrt{3}$  तथा  $8$  न्यूटन के बल कार्य करते हैं। बलों का परिणामी ज्ञात कीजिए।

$2\frac{1}{2}$

(b) Two like parallel forces P and Q, ( $P > Q$ ) act upon a rigid body at A and B respectively. Let P and Q be interchanged in position, then show that the point of application of the resultant will be displaced through a distance x along AB given by

$$x = \frac{P-Q}{P+Q} AB.$$

दो समान समांतर बल P तथा Q, ( $P > Q$ ) क्रमशः A तथा B पर एक दृढ़ पिण्ड के ऊपर कार्य करते हैं। मान लें P तथा Q की स्थिति में व्यतिहार किया गया हो, तब दिखाइये कि परिणामी के अनुप्रयोग का बिन्दु एक दूरी x के साथ AB, जो दिया गया है

$$x = \frac{P-Q}{P+Q} AB \text{ द्वारा, के साथ-साथ विस्थापित हो जाएगा।} \quad 2\frac{1}{2}$$

2. (a) ABCD is a square of side 2m. Forces of magnitude 5, 3, 4 and 6N act along CB, BA, DA and DB respectively. Find the algebraic sum of moments of the forces about vertex C.  $2\frac{1}{2}$

ABCD पार्श्व 2 मी. का एक वर्ग है। परिमाण 5, 3, 4 तथा 6N के बल क्रमशः CB, BA, DA तथा DB के साथ कार्य करते हैं। शीर्ष C के परितः बलों के आघूर्णों के बीजगणितीय योगफल को ज्ञात कीजिए।  $2\frac{1}{2}$

(b) Two coplanar couples of equal and opposite moments, balance each other.  $2\frac{1}{2}$

समान तथा विपरीत आघूर्णों के दो सह-समतलीय युग्म, एक दूसरे को संतुलित करते हैं।  $2\frac{1}{2}$

### Section-II

#### खण्ड-II

3. (a) A heavy uniform rod, 15 cms long is suspended from a fixed point by strings attached to its ends, their lengths being 9 and 12 cms. Show that the rod is inclined to the vertical at an angle

$$\sin^{-1} \left( \frac{24}{25} \right) \quad 2\frac{1}{2}$$

15 सेमी लम्बी, एक भारी एकरूप छड़ एक स्थिर बिन्दु से इसके सिरों से जुड़ी डोरियों द्वारा लटकी हुई है, उनकी लम्बाइयां 9 तथा 12 सेमी हैं। दिखाइये कि छड़ ऊर्ध्वाधर की ओर एक कोण  $\sin^{-1} \left( \frac{24}{25} \right)$  पर झुका है।  $2\frac{1}{2}$

(b) A weight can be just supported on a rough inclined plane by a force P acting along the plane or by a force Q acting horizontally; show that the

weight is  $\frac{PQ}{\sqrt{Q^2 \sec^2 \phi - P^2}}$ , where  $\phi$  is the angle of friction.  $2\frac{1}{2}$

एक छुरदुरे नत तल पर एक भार को केवल समर्थित किया जा सकता है, तल के साथ कार्य कर रहे एक बल P द्वारा अथवा क्षैतिज रूप में कार्यरत एक बल Q द्वारा; दिखाइये कि भार

$$\frac{PQ}{\sqrt{Q^2 \sec^2 \phi - P^2}} \text{ है, जहाँ } \phi \text{ घर्षण का कोण है।} \quad 2\frac{1}{2}$$

4. (a) A uniform rod rests in a vertical plane within a fixed hemispherical bowl whose radius is equal to the length of the rod. If  $\mu$  be the coefficient of friction between the rod and the bowl, show that in limiting equilibrium the inclination of the rod to the horizontal is

$$\tan^{-1} \left( \frac{4\mu}{3-\mu^2} \right) \quad 2\frac{1}{2}$$

एक एकरूप छड़ एक स्थिर अर्धगोलकीय चषक जिसकी त्रिज्या छड़ की लम्बाई के बराबर है के भीतर एक ऊर्ध्वाधर तल में विश्राम करता है। यदि  $\mu$  छड़ तथा चषक के बीच घर्षण का गुणांक हो, दिखाइये कि सीमाकारी साम्यावस्था में क्षैतिज की ओर

$$\text{छड़ का झुकाव } \tan^{-1} \left( \frac{4\mu}{3-\mu^2} \right) \text{ है।} \quad 2\frac{1}{2}$$

- (b) Find the position of the centroids of the areas enclosed by curves  $y^2 = ax$  and  $x^2 = ay$ .  $2\frac{1}{2}$   
 वक्रों  $y^2 = ax$  तथा  $x^2 = ay$  द्वारा परिवर्द्ध क्षेत्रों के केन्द्रकों की स्थिति ज्ञात कीजिए।  $2\frac{1}{2}$

### Section-III

#### खण्ड-III

5. (a) Two equal uniform rods AB and AC, each of length  $2b$  are freely joined at A and rest on a smooth vertical circle of radius  $a$ . Show that if  $2\theta$  be the angle between them, then  $b \sin^3 \theta = a \cos \theta$ .  $2\frac{1}{2}$

दो समान एकरूप छड़ AB तथा AC प्रत्येक की लम्बाई  $2b$  है A पर स्वतंत्रतापूर्वक जुड़े हैं तथा त्रिज्या  $a$  के एक चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त पर विश्राम करते हैं। दिखाइये कि उनके बीच कोण यदि  $2\theta$  हो, तब  $b \sin^3 \theta = a \cos \theta$ .  $2\frac{1}{2}$

- (b) Four uniform rods are freely jointed at their extremities and form a parallelogram ABCD, which is suspended by the joint A and is kept in shape by a string AC. Prove that the tension of the string is equal to half the whole weight.  $2\frac{1}{2}$

चार एकरूप छड़ें उनके सिरों पर स्वतंत्रता पूर्वक जुड़ी हैं तथा एक समांतर चतुर्भुज ABCD बनाती है जो बंध A से लटका है तथा एक डोरी AC द्वारा आकार में रखा गया है। सिद्ध कीजिए कि डोरी का तनाव पूरे भार के आधे के बराबर है।  $2\frac{1}{2}$

6. (a) Show that the quantities  $(LX + MY + NZ)$  and  $(X^2 + Y^2 + Z^2)$  are invariants for any given system of forces, whatever origin and axes may be chosen.  $2\frac{1}{2}$

दिखाइये कि मात्राएं  $(LX + MY + NZ)$  तथा  $(X^2 + Y^2 + Z^2)$  बलों के किसी बिंदु पर निकाय के लिए अपरिवर्ती हैं; चाहे कोई भी मूल तथा अक्षों को चुना जाए।  $2\frac{1}{2}$

- (b) Equal forces act along the co-ordinate axes and the straight line

$$\frac{x-\alpha}{\ell} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$$

Find the equation of the central axis of the system where  $\ell, m, n > 0$  are directional cosines of the line.  $2\frac{1}{2}$

समान बल निर्देशांक अक्षों तथा सरल रेखा

$$\frac{x-\alpha}{\ell} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$$

के साथ कार्य करते हैं। निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए जहाँ  $\ell, m, n > 0$  रेखा के दिशागत कोटिज्या हैं।  $2\frac{1}{2}$

**Section-IV**  
**खण्ड-IV**

7. (a) Any wrench may be resolved into two wrenches, whose axes intersect at right angles, in an infinite ways. Prove it.  $2\frac{1}{2}$

किसी मरोड़ को दो मरोड़ों में वियोजित किया जा सकता है, जिनके अक्ष एक अपरिमित तरीके से, समकोणों पर प्रतिच्छेद करते हैं। इसे सिद्ध कीजिए।  $2\frac{1}{2}$

(b) Show that the minimum distance between forces which are equivalent to a given system (R, K) and which are inclined at a given angle  $2\alpha$

is  $\frac{2K}{R} \cot \alpha$  and the forces are then each equal

to  $\left(\frac{R}{2}\right) \sec \alpha$ .  $2\frac{1}{2}$

दिखाइये कि बलों के बीच न्यूनतम दूरी जो दिए गए निकाय (R, K) के तुल्यमान हैं तथा जो एक दिए गए कोण  $2\alpha$  पर

हुके हैं  $\frac{2K}{R} \cot \alpha$  है तथा प्रत्येक बल तब  $\left(\frac{R}{2}\right) \sec \alpha$  के

बराबर हैं।  $2\frac{1}{2}$

8. (a) Show that the wrench (X, Y, Z; L, M, N) is equivalent to two forces, one along the line  $x = y = z$  and the other along the line given by

$Lx + My + Nz = 0$

$x(Y - Z) + y(Z - X) + z(X - Y) = L + M + N$

and find the magnitude of the two forces.  $2\frac{1}{2}$

दिखाइये कि मरोड़ (X, Y, Z; L, M, N) दो बलों के तुल्यमान है, एक रेखा  $x = y = z$  के साथ तथा दूसरी

$Lx + My + Nz = 0$ ,

$x(Y - Z) + y(Z - X) + z(X - Y) = L + M + N$

द्वारा दी गई रेखा के साथ है तथा दोनों बलों के परिमाण ज्ञात कीजिए।  $2\frac{1}{2}$

(b) A body consisting of a cone and a hemisphere on the same base, rests on a smooth horizontal table, the hemisphere being in contact with the table. Show that the greatest height of the cone, so that the equilibrium may be stable, is  $\sqrt{3}$  times the radius of the hemisphere.  $2\frac{1}{2}$

एक पिण्ड जिसमें समान आधार पर एक अर्धगोलक तथा एक शंकु अंतर्विष्ट है, एक चिकने क्षैतिज मेज पर विश्राम करता है, अर्धगोलक मेज के साथ सम्पर्क में है। दिखाइये कि शंकु की वृहदतम ऊँचाई, ताकि साम्यावस्था स्थायी हो, अर्धगोलक की त्रिज्या का  $\sqrt{3}$  गुणा है।  $2\frac{1}{2}$

**Section-V**  
**खण्ड-V**

9. (a) Find the magnitude and direction of the resultant of two forces of magnitude 12N and 14N acting at a point and inclined to each other at an angle of  $45^\circ$ .

एक बिन्दु पर कार्यरत तथा एक दूसरे से  $45^\circ$  के एक कोण पर 12N तथा 14N परिमाण के दो बलों के परिणामी के परिमाण तथा दिशा ज्ञात कीजिए।