(d) Write down Charpit's Auxiliary equations for, $p^2 = (qy + z)^2$

$p^2 = (qy + z)^2$ के लिए चारपिट के सहकारी समीकरणों को लिखिए।

(e) Solve the differential equation

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - 3\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} + 4\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = 0$$

अवकल समीकरणों को हल कीजिए :

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - 3\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} + 4\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = 0$$

(f) Write down the one and two dimensional heat equation.

एक तथा दो आयामी ऊष्मा समीकरण लिखिए।

B. A. 3rd Semester Pass (New Scheme) Examination,

December–2015

MATHEMATICS–II

Paper–BM–232

Partial Differential Equations

Time allowed : 3 hours] *[Maximum marks : 27*

Note : *Attempt five questions in all, selecting one question from each section.* **Section–V** ***Question No. 9 is compulsory.***

नोट : *प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।* **खण्ड–V** *प्रश्न संख्या 9 अनिवार्य है।*

Section–I

खण्ड–I

1. (a) Form the partial differential equation by eliminating arbitrary function f from the relation

$$z = y^2 + 2f\left(\frac{1}{x} + \log y\right).$$ 2

सम्बन्ध

$$z = y^2 + 2f\left(\frac{1}{x} + \log y\right)$$

से स्वेच्छाचारी फलन f के विलोपन द्वारा आंशिक अवकल समीकरण निर्मित कीजिए। 2

(b) Solve :

$x(y^2-z^2)p-y(z^2+x^2)q=z(x^2+y^2)$. $2\frac{1}{2}$

हल कीजिए :

$x(y^2-z^2)p-y(z^2+x^2)q=z(x^2+y^2)$. $2\frac{1}{2}$

2. (a) Show that the equations

$p=5x-7y, q=6x+8y$

are compatible and find their solution. 2

दिखाइए कि समीकरण

$p=5x-7y, q=6x+8y$

संगत हैं तथा उनका हल ज्ञात कीजिए। 2

(b) Find the complete integral of $p=(qy+z)^2$ by using Charpit's method. $2\frac{1}{2}$

चारपिट की विधि का उपयोग करते हुए $p=(qy+z)^2$ का सम्पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए। $2\frac{1}{2}$

Section–II

खण्ड–II

3. (a) Solve :

$(D^2-2DD'+D'^2)z=e^{x+2y}+x^3$. 2

हल कीजिए :

$(D^2-2DD'+D'^2)z=e^{x+2y}+x^3$. 2

(b) Solve :

$(D^2-DD'-2D)z=\sin(3x+4y)$. $2\frac{1}{2}$

हल कीजिए :

$(D^2-DD'-2D)z=\sin(3x+4y)$. $2\frac{1}{2}$

4. (a) Solve :

$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-4xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+4y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}+6y\frac{\partial z}{\partial y}=x^3y^4$. 2

हल कीजिए :

$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-4xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+4y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}+6y\frac{\partial z}{\partial y}=x^3y^4$. 2

(b) Solve :

$yt-q=xy$. $2\frac{1}{2}$

हल कीजिए :

$yt-q=xy$. $2\frac{1}{2}$

Section–III

खण्ड–III

5. (a) Reduce the following equation to canonical form and hence solve them

$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ 2

निम्नलिखित समीकरण का नियमाधीन रूप में समानयन कीजिए तथा इसके बाद उन्हें हल कीजिए।

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$ 2

(b) Reduce the following equation to canonical form and hence solve them

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$ $2\frac{1}{2}$

निम्नलिखित समीकरण का नियमाधीन रूप में समानयन कीजिए तथा इसके बाद उन्हें हल कीजिए।

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$ $2\frac{1}{2}$

6. (a) Solve :

$$(r-s)\,x = (t-s)\,y$$ 2

हल कीजिए :

$$(r-s)\,x = (t-s)\,y$$ 2

(b) Solve :

$$3r + 4s + t + (rt - s^2) = 1.$$ $2\frac{1}{2}$

हल कीजिए :

$$3r + 4s + t + (rt - s^2) = 1.$$ $2\frac{1}{2}$

Section–IV

खण्ड–IV

7. (a) Find the characteristic of

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$ 2

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

की विशेषता ज्ञात कीजिए। 2

(b) Show that the solution of the Cauchy problem for the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0, c > 0$$ satisfying

$z(x, 0) = f(x)$ and $\left[\frac{\partial z}{\partial t}\right]_{t=0} = 0$, is

$$z(x, t) = \frac{1}{2}\left[f(x-ct) + f(x+ct)\right].$$ $2\frac{1}{2}$

दिखाइए की समीकरण

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0, c > 0$$

के लिए काउची समस्या का हल परितुष्टिकारी है।

$z(x, 0) = f(x)$ तथा $\left[\frac{\partial z}{\partial t}\right]_{t=0} = 0$, है

$z(x, t) = \frac{1}{2}\left[f(x-ct) + f(x+ct)\right]$. $2\frac{1}{2}$

8. (a) Find the solution of one dimensional wave equation by method of separation of variables. 2

चरों के पृथक्करण की विधि द्वारा एक आयामी तरंग समीकरण का हल ज्ञात कीजिए। 2

(b) Find the solution of the equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial u}{\partial t}$$

satisfying the conditions

$u(0, y, t) = u(\pi, y, t) = u(x, 0, t) = u(x, \pi, t) = 0$ and

$u(x, y, 0) = xy(\pi - x)(\pi - y)$. $2\frac{1}{2}$

समीकरण

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial u}{\partial t}$$

निम्न शता को परितुष्ट करता है

$u(0, y, t) = u(\pi, y, t) = u(x, 0, t) = u(x, \pi, t) = 0$ तथा

$u(x, y, 0) = xy(\pi - x)(\pi - y)$

का हल ज्ञात कीजिए। $2\frac{1}{2}$

Section–V

खण्ड–V

9. (a) Form partial differential equation by eliminating constants A and b from $z = A e^{bt}$. $1\frac{1}{2} \times 6 = 9$

$z = A e^{bt}$ से स्थिराकों A तथा b के विलोपण द्वारा आंशिक अवकलनात्मक समीकरण बनाइए। $1\frac{1}{2} \times 6 = 9$

(b) Examine whether the equations

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 7x + 18y - 1 \text{ and}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 9x + 11y - 2$$

are compatible or not ?

जाँच कीजिए, क्या समीकरण

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 7x + 18y - 1 \text{ तथा}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 9x + 11y - 2$$

संगत हैं अथवा नहीं ?

(c) Classify the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

समीकरण

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ का वर्गीकरण कीजिए।