

Roll No.

91225

**B. A. 1st Semester
Examination – December, 2015**

MATHS - I (ALGEBRA)

Paper : BM-111

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 27

Before answering the questions, candidates should ensure that they have been supplied the correct and complete question paper. No complaint in this regard, will be entertained after examination.
प्रश्नों के उत्तर देने से पहले परीक्षार्थी यह सुनिश्चित कर लें कि उनको पूर्ण एवं सही प्रश्न-पत्र मिला है। परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी शिकायत नहीं सुनी जायेगी।

Note: Attempt five questions in all, selecting one question from each Unit. Unit V is compulsory.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इकाई V अनिवार्य है।

91225-13800-(P-7)(Q-9)(15)

P. T. O.

1. (a) Show that every matrix can be expressed in one and only one way as the sum of symmetric and skew symmetric matrices. 3

दियाइए कि प्रत्येक आव्यूह को एक तथा केवल एक तरह अर्थात् सममित तथा विषम सममित आव्यूहों के योगफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

(b) Find the rank of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & -4 & 4 & -7 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

by reducing it to normal form.

2

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & -4 & 4 & -7 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ को सामान्य रूप में प्रदर्शित करके पंक्ति ज्ञात कीजिए।

2. (a) Find the Eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

3

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ का आइजन सदिश मान ज्ञात कीजिए।

(b) State and prove Cayley Hamilton's Theorem. 2

कबे हर्मिल्टन प्रमेय को बताइए तथा सिद्ध कीजिए।

3. (a) Solve $2x - 3y + z = 9, x + y + z = 6, x - y + z = 2$ 3

हल कीजिए $2x - 3y + z = 9, x + y + z = 6, x - y + z = 2$

(b) For what value of λ , the equations $x + y + z = 1, x + 2y + 4z = \lambda, x + 4y + 10z = \lambda^2$ have a solution and solve them completely in each case. 2

λ का मान ज्ञात कीजिए यदि समीकरणों $x + y + z = 1, x + 2y + 4z = \lambda, x + 4y + 10z = \lambda^2$ का हल है तथा प्रत्येक स्थिति में पूर्ण तरे हल कीजिए।

4. (a) Diagonalize the quadratic form $2x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_2x_3 + 2x_1x_2 - 4x_3x_1$ by Langrange's method. 3

द्विघतीय गण्य $2x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_2x_3 + 2x_1x_2 - 4x_3x_1$ को लंगरेंज विधि से विकर्णीकृत कीजिए।

(b) Prove that the determinant of a unitary matrix absolute value 1. 2

सिद्ध कीजिए कि एक सकारात्मक आव्यूह के निर्धारक का परम मान 1 है।

5. (a) Solve the equation $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 5 = 0$ given that one root is $\sqrt{-1}$.

समीकरण $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 5 = 0$ को हल कीजिए यदि इसका एक मूल $\sqrt{-1}$ हो।

(b) Find the condition that the sum of two roots of the equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ is equal to zero.

दो शर्त बताइए कि जब समीकरण $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ के दो मूलों का योग शून्य हो।

6. (a) If the roots of the equation $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ are in H. P. Show that the mean root is $\frac{b}{3c}$.

यदि समीकरण $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ के मूल H.P. में हों तो सिद्ध कीजिए कि औसत मूल $\frac{b}{3c}$ होगा।

(b) If α, β, γ are the roots of $x^3 - x - 1 = 0$. Show that $\frac{1+\alpha}{1+\beta} + \frac{1+\beta}{1+\gamma} + \frac{1+\gamma}{1+\alpha} = -7$.

यदि समीकरण $x^3 - x - 1 = 0$ के मूल α, β, γ हों तो सिद्ध कीजिए $\frac{1+\alpha}{1+\beta} + \frac{1+\beta}{1+\gamma} + \frac{1+\gamma}{1+\alpha} = -7$.

7. (a) Solve the equations $ax^3 + bx^2 - 1 = 0$ by Cardon Method.

कार्डन विधि का प्रयोग करके हल कीजिए $ax^3 + bx^2 - 1 = 0$ को हल कीजिए।

(b) Solve the equation $x^4 - 4x^3 + 5x + 2 = 0$ by Descartes's Method.

समीकरण $x^4 - 4x^3 + 5x + 2 = 0$ कि डेकार्टे विधि का प्रयोग करके हल कीजिए।

8. (a) Solve the equations $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$ by Ferrari Method.

फरारी विधि का प्रयोग करके हल कीजिए $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$ को हल कीजिए।

(b) Show that the equation $x^8 + 5x^3 + 2x - 3 = 0$ has at least six imaginary root.

सिद्ध कीजिए कि समीकरण $x^8 + 5x^3 + 2x - 3 = 0$ के कम से कम छः काल्पनिक मूल हैं।

(e) Discuss the nature of roots of the equation $x^6 + x^4 + 2 = 0$. 1

समीकरण $x^6 + x^4 + 2 = 0$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए।

(f) Given - 6 is a root of $x^3 + 2x^2 - 17x + 42 = 0$, solve it. 2

यदि समीकरण $x^3 + 2x^2 - 17x + 42 = 0$ का एक मूल -6 हो तो शेष ज्ञात कीजिए।

91225-13800-(P-7)(Q-9)(15) (7)

UNIT - V

इकाई - V

9. (a) If A is any square matrix, prove that AA^0 is Hermitian. 1

यदि A एक वर्ग आव्यूह हो तो दिखाइए कि AA^0 एक हर्मिटियन होगी।

(b) Define Rank of matrix. 1

किसी आव्यूह की पंक्ति को परिभाषित कीजिए।

(c) Find the rank of a matrix of order 4 with each element unity. 1

यदि किसी आव्यूह का क्रम 4 तथा प्रत्येक तत्व one हो तो श्रेणी ज्ञात कीजिए।

(d) Find an equation whose one root is $2 - 3i$. 1

वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका एक मूल $2 - 3i$ हो।

91225-13800-(P-7)(Q-9)(15) (6)